

## Grado en Física – Análisis Matemático I

1. (2 puntos) Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función dada por

$$f(x) = \frac{2x^2 + 6x + 10}{x^2 + 1} \quad (x \in \mathbb{R}).$$

- a) Calcula los extremos relativos de  $f$  y comprueba que son extremos absolutos. Calcula la imagen de  $f$  y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- b) Usando los resultados anteriores, estudia el número de soluciones de la ecuación  $f(x) = m$  según el valor del número real  $m$ .
2. (2 puntos) Un rectángulo tiene su base sobre el eje  $OX$ , su esquina inferior izquierda es  $(0, 0)$  y su esquina superior derecha está en la gráfica de la función  $f : ]1, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \frac{1}{x-1} \quad (x > 1).$$

- a) Calcula las dimensiones del rectángulo de mínimo perímetro que se puede conseguir de esta forma.
- b) ¿Hay un rectángulo, del tipo descrito arriba, cuya área sea extrema (máxima o mínima)?
3. (1,5 puntos) Justifica que la ecuación

$$x^2 = x \operatorname{sen} x + \cos x$$

tiene exactamente dos soluciones reales.

4. (1,5 puntos) Calcula la primitiva  $\int \frac{5x^2 - 10x + 9}{x^3 - 5x^2 + 9x - 5} dx$ .
5. (1 punto) Estudia la convergencia de la serie  $\sum_{n \geq 1} \frac{((n+2)!)^3}{(n+1)^{3n}} 9^n$ .

6. (1 punto) Calcula el límite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log\left(\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right)}{(\log(1+x))^2}$ .

7. (1 punto) Calcula el volumen de los cuerpos de revolución obtenidos al girar la región del plano comprendida entre los ejes coordenados y la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}} \quad 0 \leq x \leq 1$$

alrededor del eje de abscisas y alrededor del eje de ordenadas.